大問２

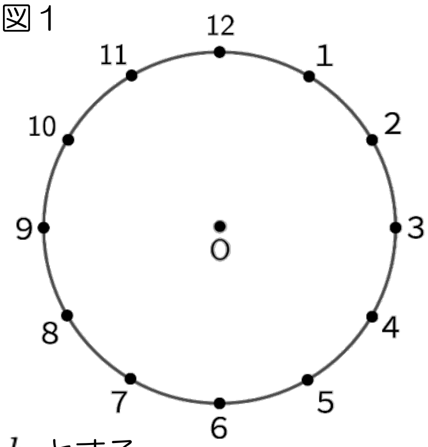
Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

　右の図１のように，円Oの円周を１２等分する点に，１から１２までの自然数の番号を，小さい順で時計回りに付ける。１から１２までの番号を付けた点のうち，２点を結んでできる線分が円Oの直径となるとき，その２点を向かい合う点とする。

　例えば，１の点と７の点は，向かい合う点である。図１において，１組の向かい合う点を選び，それぞれの点の番号のうち，小さい方の数を a ，大きい方の数を b とする。a，b の平均値をA，b^2-a^2 の値をBとするとき，BはAの何倍か求めなさい。

図１



問１　［先生が示した問題］で，BはAの $\boxed{}$ 倍と表すとき，$\boxed{}$ に当てはまる数を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　３　　　イ　４　　　ウ　６　　　エ　１２

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

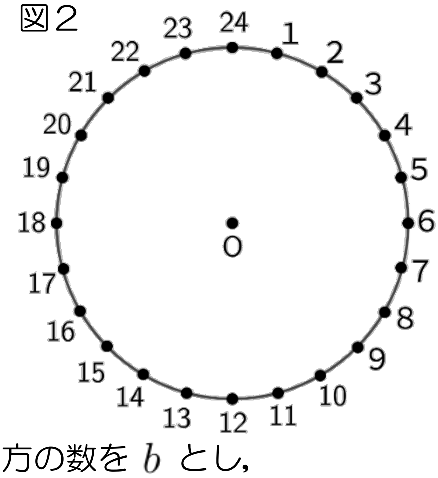
［Ｓさんのグループが作った問題］

　右の図２のように，円Oの円周を２４等分する点に，１から２４までの自然数の番号を，小さい順で時計回りに付ける。

　１から２４までの番号を付けた点のうち，２点を結んでできる線分が円Oの直径となるとき，その２点を向かい合う点とする。

　図２において，異なる２組の向かい合う点を選び，１組目のそれぞれの点の番号のうち，小さい方の数を a ，大きい方の数を b とし，２組目のそれぞれの点の番号のうち，小さい方の数を c ，大きい方の数を d とする。a，b，c，d の平均値をP，$bd-ac$ の値をQとするとき，Q＝２４Pとなることを確かめてみよう。

図２



問２　［Ｓさんのグループが作った問題］で，Q＝２４Pとなることを証明せよ。

大問２　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

【先生が示した問題】

a，b を正の数とする。

右の図１で，△ABC は，∠BAC＝90°，

AB ＝ a cm，AC ＝ b cm の直角三角形である。

右の図２に示した四角形 AEDC は，図１において，

辺 BC を B の方向に延ばした直線上にあり

BC ＝ BD となる点を D とし，△ABC を頂点 B が点 D に

一致するように平行移動させたとき，頂点 A が移動した点を E とし，

頂点 A と点 E，点 D と点 E をそれぞれ結んでできた台形である。

四角形 AEDC の面積は，△ABC の面積の何倍か求めなさい。

図１

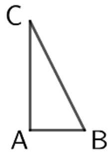
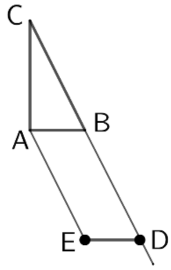


図２



問１ 次の $\boxed{}$ の中の「う」に当てはまる数字を答えよ。

【先生が示した問題】で，四角形 AEDC の面積は，△ABC の面積の $\boxed{う}$ 倍である。

Ｓさんのグループは，【先生が示した問題】をもとにして，次の問題を作った。

【Ｓさんのグループが作った問題】

a，b，x を正の数とする。

右の図３に示した四角形 AGHC は，図１において，

辺 AB を B の方向に延ばした直線上にある点を F とし，

△ABC を頂点 A が点 F に一致するように平行移動させたとき，

頂点 B が移動した点を G，頂点 C が移動した点を H とし，

頂点 C と点 H，点 G と点 H をそれぞれ結んでできた台形である。

右の図４に示した四角形 ABJK は，図１において，

辺 AC を C の方向に延ばした直線上にある点を I とし，

△ABC を頂点 A が点 I に一致するように平行移動させたとき，

頂点 B が移動した点を J，頂点 C が移動した点を K とし，

頂点 B と点 J，点 J と点 K をそれぞれ結んでできた台形である。

図３において，線分 AF の長さが辺 AB の長さの x 倍となるときの

四角形 AGHC の面積と，図４において，

線分 AI の長さが辺 AC の長さの x 倍となるときの

四角形 ABJK の面積が等しくなることを確かめてみよう。

図３

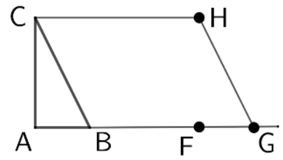
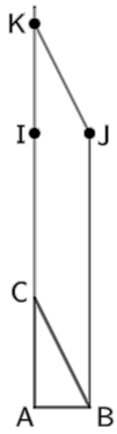


図４



問２ 【Ｓさんのグループが作った問題】で，四角形 AGHC の面積と四角形 ABJK の面積を，それぞれ a，b，x を用いた式で表し，四角形 AGHC の面積と四角形 ABJK の面積が等しくなることを証明せよ。

大問２　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

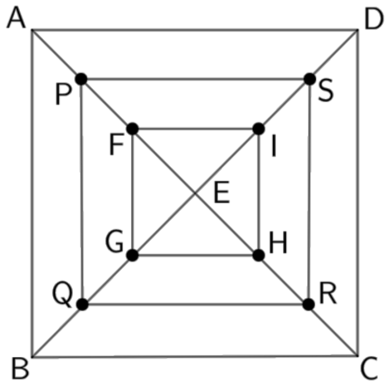
　a，b を正の数とし，$a > b$ とする。右の図１で，四角形ＡＢＣＤは，１辺の長さが a ｃｍの正方形である。頂点Ａと頂点Ｃ，頂点Ｂと頂点Ｄをそれぞれ結び，線分ＡＣと線分ＢＤとの交点をＥとする。線分ＡＥ上にあり，頂点Ａ，点Ｅのいずれにも一致しない点をＦとする。

　線分ＢＥ，線分ＣＥ，線分ＤＥ上にあり，ＥＦ＝ＥＧ＝ＥＨ＝ＥＩとなる点をそれぞれG，H，Ｉとし，点Ｆと点G，点Ｆと点Ｉ，点Gと点H，点Hと点Ｉをそれぞれ結ぶ。

　線分ＡＦ，線分ＢG，線分ＣH，線分ＤＩの中点をそれぞれＰ，Q，R，Ｓとし，点Ｐと点Q，点Ｐと点Ｓ，点Qと点R，点Rと点Ｓをそれぞれ結ぶ。

　線分ＦGの長さを b ｃｍ，四角形ＰＱＲＳの周の長さをℓ ｃｍとするとき，ℓを a，b を用いた式で表しなさい。

図１



問１　［先生が示した問題］で，ℓ の値を a，b を用いて $\ell=$ $\boxed{}$ ｃｍと表すとき，$\boxed{}$ に当てはまる式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

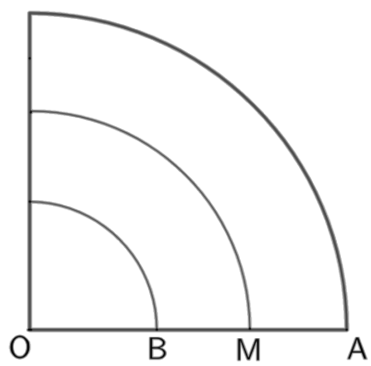
ア　$2a+2b$　　**イ**　$\dfrac{a+b}{2}$　　**ウ**　$\dfrac{a-b}{2}$　　**エ**　$2a-2b$

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を考えた。

［Ｓさんのグループが作った問題］

　a，b を正の数とし，$a > b$ とする。右の２は，線分ＯＡ上にあり，点Ｏ，点Ａのいずれにも一致しない点をＢ，線分ＡＢの中点をMとし，線分ＯＡ，線分ＯＢ，線分ＯMを，それぞれ点Ｏを中心に反時計回りに９０°回転移動させてできた図形である。図２において，線分ＯＡの長さを a ｃｍ，線分ＯＢの長さを b ｃｍ，線分ＯMを半径とするおうぎ形の弧の長さを ℓ ｃｍ，線分ＯＡを半径とするおうぎ形から，線分ＯＢを半径とするおうぎ形を除いた残りの図形の面積をＳｃｍ^{2}とするとき，Ｓ＝$(a-b)\ell$ となることを確かめてみよう。

図２



問２　［Ｓさんのグループが作った問題］で，ℓ を a，b を用いた式で表し，Ｓ＝$(a-b)\ell$ となることを証明せよ。ただし，円周率はπとする。

大問２　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］
２桁の自然数Ｐについて，Ｐの一の位の数から十の位の数をひいた値をＱとし，Ｐ－Ｑの値を考える。
例えば，Ｐ＝５９のとき，Ｑ＝９－５＝４となり，Ｐ－Ｑ＝５９－４＝５５となる。
Ｐ＝７８のときのＰ－Ｑの値から，Ｐ＝４１のときのＰ－Ｑの値をひいた差を求めなさい。

問１ 次の $\boxed{\text{え}}$ ，$\boxed{\text{お}}$ 当てはまる数字をそれぞれ答えよ。
［先生が示した問題］で，Ｐ＝７８のときのＰ－Ｑの値から，Ｐ＝４１のときのＰ－Ｑの値をひいた差は，$\boxed{\text{えお}}$ である。

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を考えた。

［Ｓさんのグループが作った問題］
３桁の自然数Ｘについて，Ｘの一の位の数から十の位の数をひき，百の位の数をたした値をＹとし，Ｘ－Ｙの値を考える。
例えば，Ｘ＝１２９のとき，Ｙ＝９－２＋１＝８となり，
Ｘ－Ｙ＝１２９－８＝１２１となる。
また，Ｘ＝２８４のとき，Ｙ＝４－８＋２＝－２となり，
Ｘ－Ｙ＝２８４－（－２）＝２８６となる。
どちらの場合もＸ－Ｙの値は１１の倍数となる。
１１桁の自然数Ｘについて，Ｘ－Ｙの値が１１の倍数となることを確かめてみよう。

問２ ［Ｓさんのグループが作った問題］で，３桁の自然数Ｘの百の位の数を a ，十の位の数を b ，一の位の数を c とし，Ｘ，Ｙをそれぞれ a ，b ，c を用いた式で表し，Ｘ－Ｙの値が１１の倍数となることを証明せよ。

大問２　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

a を正の数，ｎを自然数とする。右の図１のように，１辺の長さが ２a ｃｍの正方形に，各辺の中点を結んでできた四角形を描いたタイルがある。正方形と描いた四角形で囲まれてできる，　で示された部分の面積について考える。

図１のタイルが縦と横にｎ枚ずつ正方形になるように，このタイルを並べて敷き詰める。右の図２は，ｎ＝２の場合を表している。

図１のタイルを縦と横にｎ枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形で，　で示される部分の面積をＰｃｍ^{2}とする。

また，図１のタイルと同じ大きさのタイルを縦と横にｎ枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形と同じ大きさの正方形で，各辺の中点を結んでできる四角形を描いた別のタイルを考える。右の図３は，ｎ＝２の場合を表している。

図１と同様に，正方形と描いた四角形で囲まれてできる部分を　で示し，その面積をＱｃｍ^{2}とする。

ｎ＝５のとき，ＰとＱをそれぞれ a を用いて表しなさい。

図１

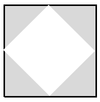


図２

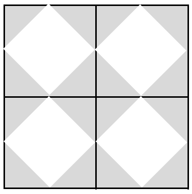
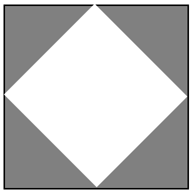


図３



問１　次の ① ， ② に当てはまる式を，下のア～エのうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

［先生が示した問題］で，ｎ＝５のとき，ＰとＱをそれぞれ a を用いて表すと，

Ｐ＝ ① ，Ｑ＝ ② にとなる。

① **ア** $\dfrac{25}{2}a^2$　**イ** $50a^2$　**ウ** $75a^2$　**エ** $100a^2$

② **ア** $\dfrac{25}{2}a^2$　**イ** $25a^2$　**ウ** $50a^2$　**エ** $75a^2$

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，正方形のタイルの内部に描いた四角形を円に変え，正方形と描いた円で囲まれてできる部分の面積を求める問題を考えた。

［Ｓさんのグループが作った問題］

を正の数，ｎを自然数とする。

右の図４のように，１辺の長さが ２a ｃｍの正方形に，各辺に接する円を描いたタイルがある。正方形と描いた円で囲まれてできる，　で示された部分の面積について考える。

図４のタイルが縦と横にｎ枚ずつ正方形になるように，このタイルを並べて敷き詰める。右の図５は，ｎ＝２の場合を表している。

図４のタイルを縦と横にｎ枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形で，　で示される部分の面積をＸｃｍ^{2}とする。また，図４のタイルと同じ大きさのタイルを縦と横にｎ枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形と同じ大きさの正方形で，各辺に接する円を描いた別のタイルを考える。右の図６は，ｎ＝２の場合を表している。図４と同様に，正方形と描いた円で囲まれてできる部分を　で示し，その面積をＹｃｍ^{2}とする。

図４のタイルが縦と横にｎ枚ずつ並ぶ正方形になるように，このタイルを敷き詰めて，正方形と円で囲まれてできる部分の面積Ｘ，Ｙをそれぞれ考えるとき，Ｘ＝Ｙとなることを確かめてみよう。

図４

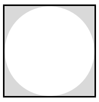


図５

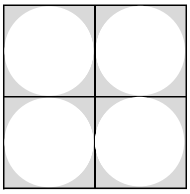
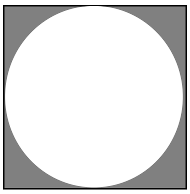


図６



問２　［Ｓさんのグループが作った問題］で，Ｘ，Ｙをそれぞれ a ，ｎを用いた式で表し，Ｘ＝Ｙとなることを証明せよ。ただし，円周率はπとする。

大問２　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

a，b，h を正の数とし，$a > b$ とする。

右の図１は，点Ｏ，点Ｐをそれぞれ底面となる円の中心とし，２つの円の半径がともに a cmであり，四角形ＡＢＣＤはＡＢ＝ h cmの長方形で，四角形ＡＢＣＤが側面となる円柱の展開図である。

右の図２は，点Ｑ，点Ｒをそれぞれ底面となる円の中心とし，２つの円の半径がともに b cmであり，四角形ＥＦＧＨはＥＦ＝ h cmの長方形で，四角形ＥＦＧＨが側面となる円柱の展開図である。

図１を組み立ててできる円柱の体積をＸ cm^3，図２を組み立ててできる円柱の体積をＹ cm^3 とするとき，Ｘ－Ｙの値を a，b，h を用いて表しなさい。

図１

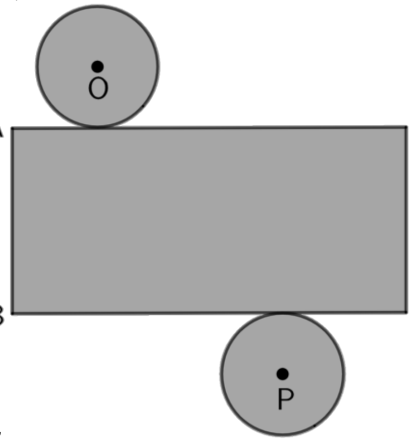
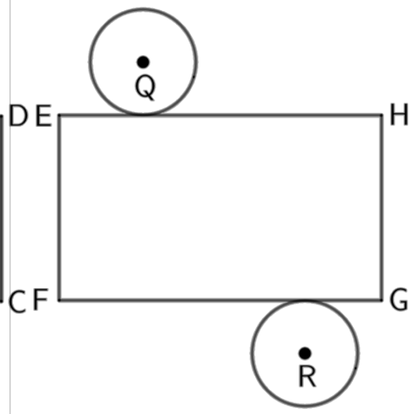


図２



① ［先生が示した問題］で，Ｘ－Ｙの値を a，b，h を用いて，Ｘ－Ｙ＝ $\boxed{}$ と表すとき，$\boxed{}$ に当てはまる式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。ただし，円周率は π とする。

ア $\pi(a^2 - b^2)h$　　**イ** $\pi(a-b)^2 h$　　**ウ** $2\pi(a-b)h$　　**エ** $\pi(a-b)h$

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］で示された２つの展開図をもとにしてできる長方形が側面となる円柱を考え，その円柱の体積と，ＸとＹの和との関係について次の問題を作った。

［Ｓさんのグループが作った問題］

a，b，h を正の数とし，$a > b$ とする。

右の図３で，四角形ＡＢＧＨは，図１の四角形ＡＢＣＤの辺ＤＣと図２の四角形ＥＦＧＨの辺ＥＦを一致させ，辺ＡＨの長さが辺ＡＤの長さと辺ＥＨの長さの和となる長方形である。

右の図４のように，図３の四角形ＡＢＧＨが円柱の側面となるように辺ＡＢと辺ＨＧを一致させ，組み立ててできる円柱を考える。

［先生が示した問題］の２つの円柱の体積ＸとＹの和をＷ cm^3，図４の円柱の体積をＺ cm^3 とするとき，Ｚ－Ｗ＝ $2\pi abh$ となることを確かめてみよう。

図３

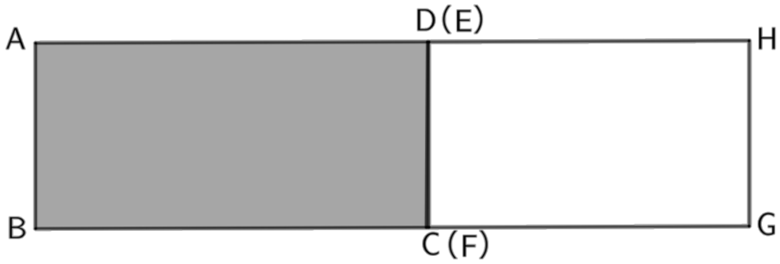
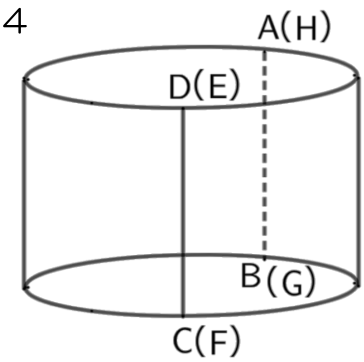


図４



② ［Ｓさんのグループが作った問題］で，Ｚ－Ｗ＝ $2\pi abh$ となることを証明せよ。ただし，円周率は π とする。

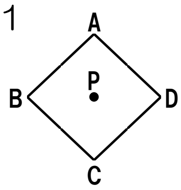
大問２　Ｓさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

aを正の数，ｎを２以上の自然数とする。右の図１で，四角形ＡＢＣＤは，１辺 a cm の正方形であり，点Ｐは，四角形ＡＢＣＤの２つの対角線の交点である。

１辺 a cm の正方形を，次の［きまり］に従って，順にいくつか重ねてできる図形の周りの長さについて考える。

図１



［きまり］次のア～ウを全て満たすように正方形を重ねる。

ア　重ねる正方形の頂点の１つを，重ねられる正方形の対角線の交点に一致させる。

イ　重ねる正方形の対角線の交点を，重ねられる正方形の頂点の１つに一致させる。

ウ　対角線の交点は，互いに一致せず，全て１つの直線上に並ぶようにする。

正方形を順に重ねてできる図形の周りの長さは，右の図に示す太線（――）の部分とし，点線（----）の部分は含まないものとする。例えば右の図２は，２個の正方形を重ねてできた図形であり，周りの長さは，６a cm となる。右の図３は，３個の正方形を重ねてできた図形であり，周りの長さは８a cm となる。右の図４は，正方形をｎ個目まで順に重ねてできた図形を表している。

１辺 a cm の正方形をｎ個目まで順に重ねてできた図形の周りの長さをＬ cm とするとき，Ｌを a，ｎを用いて表しなさい。

図２

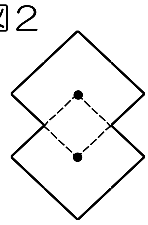


図３

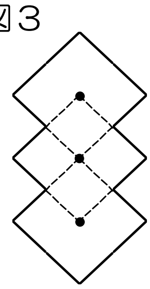
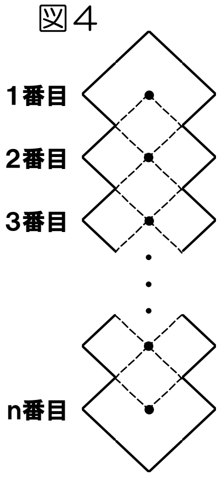


図４



Ｓさんは，［先生が示した問題］の答えを次の形の式で表した。Ｓさんの答えは正しかった。

〈Ｓさんの答え〉Ｌ＝ $\boxed{}$

①　〈Ｓさんの答え〉の $\boxed{}$ に当てはまる式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア $4an$　　**イ** $a(n+4)$　　**ウ** $2a(n+2)$　　**エ** $2a(n+1)$

Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，正方形を円に変え，合同な円をいくつか重ねてできる図形の周りの長さを求める問題を考えた。

［Ｓさんのグループが作った問題］

ℓ，ｒを正の数，ｎを２以上の自然数とする。右の図５で，点Ｏは，半径ｒ cm の円の中心である。半径ｒ cm の円を，次の［きまり］に従って，順にいくつか重ねてできる図形の周りの長さについて考える。

図５

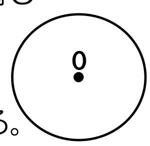
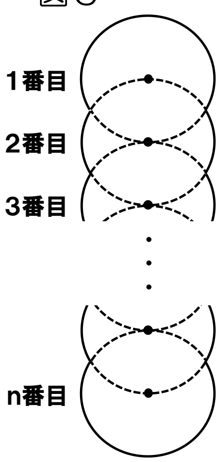


図６



［きまり］次のア，イをともに満たすように円を重ねる。

ア　重ねる円の周上にある１点を，重ねられる円の中心に一致させる。

イ　円の中心は，互いに一致せず，全て１つの直線上に並ぶようにする。

右の図６は，円をｎ個目まで順に重ねてできた図形を表している。この図形の周りの長さは，太線（ ⌒ ）の部分とし，点線（ ⌒ ）の部分は含まないものとする。

半径ｒ cm の円をｎ個目まで順に重ねてできた図形の周りの長さをＭ cm，半径ｒ cm の円の周の長さを ℓ cm とするとき，$M=\frac{1}{3}\ell(n+2)$ となることを示してみよう。

②　［Ｓさんのグループが作った問題］で，$M=\frac{1}{3}\ell(n+2)$ となることを示せ。

大問２　ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［Ｓさんが作った問題］

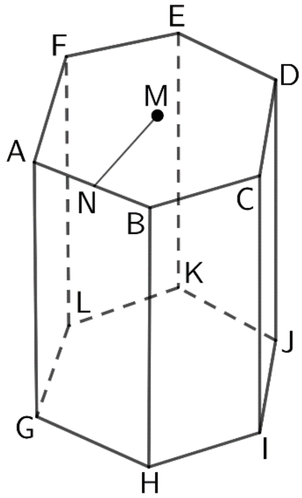
a ，b ，h を正の数とする。

右の図１に示した立体ＡＢＣＤＥＦ－ＧＨＩＪKLは，底面が１辺 a ｃｍの正六角形高さが h ｃｍ，６つの側面が全て合同な長方形の正六角柱である。

正六角形ＡＢＣＤＥＦにおいて対角線ＡＤと対角線ＣＦの交点をM，点Mから辺ＡＢに垂線を引き，辺ＡＢとの交点をNとし，線分MNの長さを b ｃｍとする。

立体ＡＢＣＤＥＦ－ＧＨＩＪKLの表面積をＰｃｍ²とするとき，Ｐを a ，b ，h を用いて表してみよう。

図１



Ｔさんは［Ｓさんが作った問題］の答えを次の形の式で表した。Ｔさんの答えは正しかった。

〈Ｔさんの答え〉Ｐ＝$6(\boxed{})$

①　〈Ｔさんの答え〉の $\boxed{}$ に当てはまる式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア $\frac{1}{2}b+h$　　**イ** $b+h$　　**ウ** $b+2h$　　**エ** $2b+h$

先生は［Ｓさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

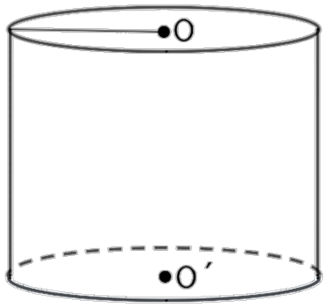
［先生が作った問題］

h ，ℓ ，r を正の数とする。

右の図に示した立体は，底面が半径 r ｃｍの円，高さが h ｃｍの円柱であり，２つの底面の中心O，O′ を結んでできる線分は，２つの底面に垂直である。

この立体について底面の円周を ℓ ｃｍ，表面積をＱｃｍ²とするとき，Ｑ＝$\ell(h+r)$ となることを確かめなさい。

図２



②　［先生が作った問題］で，ℓ を r を用いて表し，Ｑ＝$\ell(h+r)$ となることを証明せよ。

ただし，円周率は π とする。

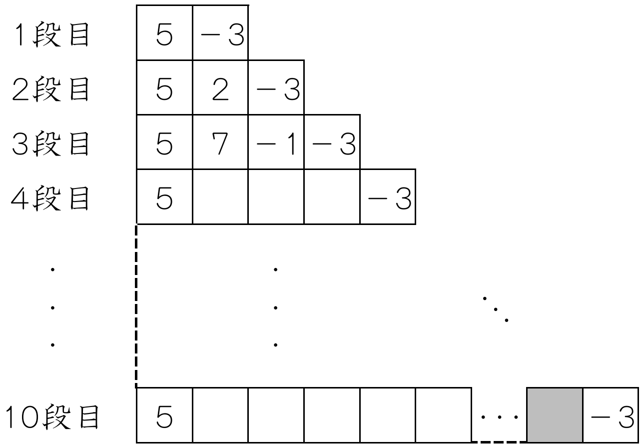
大問２　ある中学校でＳさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［Ｓさんが作った問題］

右の図１のように，上から順に，１段目に２個，２段目に３個，３段目に４個と，１段ごとに１個ずつマスを増やし，左端のマスが縦にそろうように10段目まで並べたものを考える。

全ての段の左端のマスに５，右端のマスに−３を入れる。２段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，１つ上の段にある真上のマスと，その左隣のマスに入っている２つの数の和を入れる。例えば，２段目の中央のマスには，１段目の−３と１段目の５の和である２が入る。

図１



このとき，10段目にある　で示したマスに入る数を考えてみよう。

なお，図１は，全ての段の左端のマスに５，右端のマスに−３を入れ，両端のマス以外のそれぞれのマスについて，２段目，３段目の順に，３段目まで数を入れた場合を表している。

① ［Ｓさんが作った問題］で10段目にある　で示したマスに入る数を次のア～エのうちから選び記号で答えよ。

ア　−22　　**イ**　−19　　**ウ**　37　　**エ**　42

先生は［Ｓさんが作った問題］をもとにして次の問題を作った。

［先生が作った問題］

右の図２は，上から順に１段目に２個，２段目に３個，３段目に４個と，１段ごとに１個ずつマスを増やし，左端のマスが縦にそろうように，５段目まで並べたものである。

図３は図２において，全ての段の左端のマスに１，右端のマスに４を入れ，２段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，１つ上の段にある真上のマスとその左隣のマスに入っている２つの数の和を入れたものである。

図２

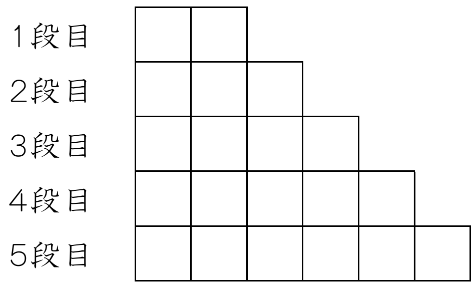


図３

1段目	1	4				
2段目	1	5	4			
3段目	1	6	9	4		
4段目	1	7	15	13	4	
5段目	1	8	22	28	17	4

図３のそれぞれの段において，全てのマスに入っている数の和について考えると，

１段目は，$1+4=5$

２段目は，$1+5+4=10=5\times2$

３段目は，$1+6+9+4=20=5\times4$

４段目は，$1+7+15+13+4=40=5\times8$

５段目は，$1+8+22+28+17+4=80=5\times16$ となり，

２段目以降のそれぞれの段において，全てのマスに入っている数の和は，１段目の２個のマスに入っている数の和である５の倍数となっている。

図２において，全ての段の左端のマスに入れる数を a，右端のマスに入れる数を b とし，２段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，１つ上の段にある真上のマスとその左隣のマスに入っている２つの数の和を入れるとき，５段目にある６個のマスに入っている数の和は１段目の２個のマスに入っている数の和の16倍となることを確かめなさい。ただし，a，b は自然数とする。

② ［先生が作った問題］で，５段目にある６個のマスに入っている数をそれぞれ a，b を用いた式で表し，５段目にある６個のマスに入っている数の和は，１段目の２個のマスに入っている数の和の16倍となることを証明せよ。

大問２　ある中学校でＳさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［Ｓさんが作った問題］

右の図１は，「かけ算九九の表」の一部である。

図１において，かけられる数とかける数を除く25個の数の中から，縦と横がともに３マスの正方形の枠を用いて，１マスに１個の数が入るように９個の数を囲むことを考える。

かける数

かけられる数	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

かける数

かけられる数	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

右の図２は図１において，縦と横がともに３マスの正方形の枠を用いて，四すみのうち，左上の数が２，右上の数が４，左下の数が６，右下の数が12となるように９個の数を囲んだ場合を表している。

囲んだ９個の数の四すみの数について，左上の数と右下の数の和をＰ，右上の数と左下の数の和をＱとしたとき，Ｐ＋Ｑの値が整数の２乗で表される数となる９個の数の囲み方は全部で何通りあるか調べてみよう。

①　次の［あ］に当てはまる数字を答えよ。

［Ｓさんが作った問題］でＰ＋Ｑの値が整数の２乗で表される数となる９個の数の囲み方は全部で［あ］通りある。

先生は［Ｓさんが作った問題］をもとにして次の問題を作った。

［先生が作った問題］

右の図３は「かけ算九九の表」である。

ｎを２から９までの自然数とし，図３において，かけられる数とかける数を除く81個の数の中から，縦と横がともにｎマスの正方形の枠を用いて，１マスに１個の数が入るようにn^2個の数を囲むことを考える。

囲んだn^2個の数の四すみの数について，左上の数と右下の数の和をＰ，右上の数と左下の数の和をＱとしたとき，Ｐ－Ｑの値を求める。

かける数

かけられる数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

例えばｎ＝4のとき左上の数が１，右上の数が４となるように16個の数を囲んだ場合，$P-Q=(1+16)-(4+4)=9=3^2$となる。

またｎ＝5のとき左上の数が10右上の数が18となるように25個の数を囲んだ場合，$P-Q=(10+54)-(18+30)=16=4^2$となる。

図３で示した「かけ算九九の表」の中の数を縦と横がともにｎマスの正方形の枠を用いて囲むとき，$P-Q=(n-1)^2$となることを確かめなさい。

②　［先生が作った問題］で，縦と横がともにｎマスの正方形の枠を用いて囲んだn^2個の数の四すみの数のうち，左上の数のかけられる数を a，かける数を b とする。このとき，左上の数，右上の数，左下の数，右下の数をそれぞれ a，b，ｎ を用いた式で表し，$P-Q=(n-1)^2$となることを証明せよ。

大問２　ある中学校でKさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［Kさんが作った問題］

a，b，c を正の数とする。

右の図で四角形ＡＢＣＤは長方形で，ＡＢ＝ a ｃｍである。

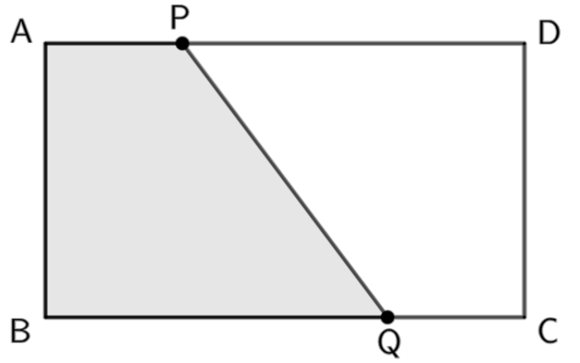
点Ｐは辺ＡＤ上にある点で，ＡＰ＝ b ｃｍ ＰＤ＝ c ｃｍである。

点Ｑは辺ＢＣ上にある点で，ＡＰ＝ＣＱである。

点Ｐと点Ｑを結んでできる四角形ＡＢＱＰの面積を S ｃｍ^{2}とするとき，

S を a，b，c を用いて表してみよう。

図１



Ｌさんは［Kさんが作った問題］の答えを次の形の式で表した。Ｌさんの答えは正しかった。

〈Ｌさんの答え〉 $S=\dfrac{1}{2}a\left(\boxed{}\right)$

① 〈Ｌさんの答え〉の $\boxed{}$ に当てはまる式を書け。

先生は［Kさんが作った問題］をもとにして次の問題を作った。

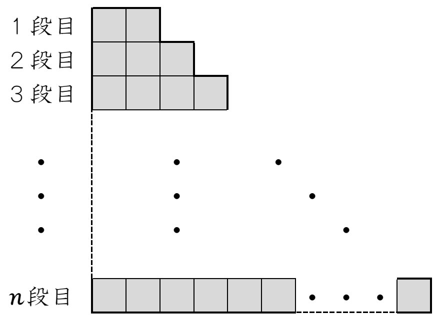
［先生が作った問題］

右の図のように１段目に２枚，２段目に３枚，３段目に４枚と，１辺の長さが１ｃｍの正方形の紙を１枚ずつ増やし，n 段目まで隙間なく並べてできる図形を考える。

この図形の面積を T ｃｍ^{2}とするとき，

$T=\dfrac{1}{2}n\,(n+3)$ となることを示しなさい。

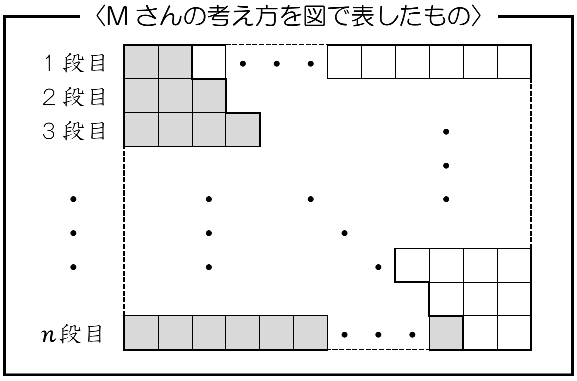
図２



［先生が作った問題］で，Ｍさんは自分の考え方を右のような図で表し，

$T=\dfrac{1}{2}n\,(n+3)$ となることを示した。

〈Ｍさんの考え方を図で表したもの〉



② Ｍさんの考え方を文章で表し，Ｍさんの考え方を用いて，$T=\dfrac{1}{2}n\,(n+3)$ となることを示せ。

大問２　ある中学校でＳさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［Ｓさんが作った問題］

右の図は，縦と横がともに４マスである正方形のそれぞれのマスに，左上から，自然数を１から順に１つずつ書いた表である。

図１において，１，５，９のように連続して縦に並んだ３つの数を選び，選んだ３つの数の和であるＰを考える。

Ｐが４の倍数になる選び方は全部で何通りあるか考えてみよう。

図１

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

①　［Ｓさんが作った問題］で，Ｐが４の倍数になる選び方は全部で何通りあるか。

先生は［Ｓさんが作った問題］をもとにして次の問題を作った。

［先生が作った問題］

右の図２は，縦と横がともに５マスである正方形のそれぞれのマスに，左上から，自然数を１から順に１つずつ書いた表である。

図１，図２において，連続して縦に並んだ３つの数を選び，中央の数の２乗から他の２つの数の積を引いたときの差であるＱを考える。

図２

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

図１において選んだ３つの数が，

１，５，９の場合，$Q=5^2-1\times9=16=4^2$　となり，

６，10，14 の場合，$Q=10^2-6\times14=16=4^2$　となる。

図２において選んだ３つの数が，

３，８，13 の場合，$Q=8^2-3\times13=25=5^2$　となり，

15，20，25 の場合，$Q=20^2-15\times25=25=5^2$　となる。

ｎを３以上の整数として，縦と横がともにｎマスである正方形のそれぞれのマスに，左上から，自然数を１から順に１つずつ書いた表において，連続して縦に並んだ３つの数を選び，中央の数の２乗から他の２つの数の積を引いたときの差であるＱを考えるとき，$Q=n^2$ となることを確かめなさい。

②　［先生が作った問題］で，$Q=n^2$　となることを証明せよ。

大問２　ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

[Ｓさんが作った問題]

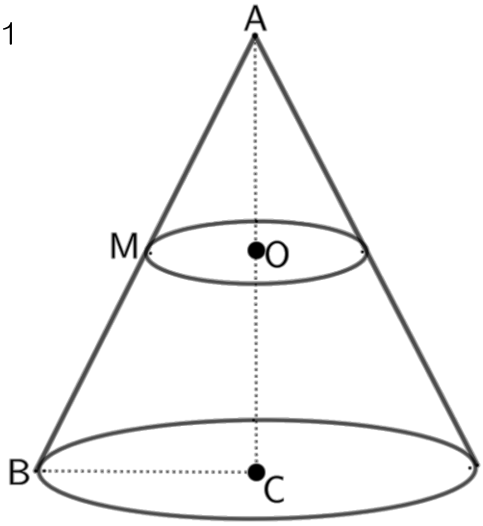
　ℓ を正の数とする。

　右の図１に示した立体は，∠ACB＝90°の直角三角形 ABC を，辺 AC を通る直線を軸として１回転させたときにできる円すいである。

　辺 AB の中点をＭとし，点Ｍを通り底面に平行な平面と円すいが交わってできる円の中心をＯとする。円Ｏの周の長さを ℓ cm，線分 AB を母線とする円すいの側面積をＰcm^{2}とする。

　AB＝９cm，ℓ＝4πcmのとき，Ｐの値を求めてみよう。

図１



①　[Ｓさんが作った問題]，Ｐの値を求めよ。ただし，円周率はとする。

先生は，[Ｓさんが作った問題」をもとにして，次の問題を作った。

[先生が作った問題]

　a，ℓ を正の数とする。

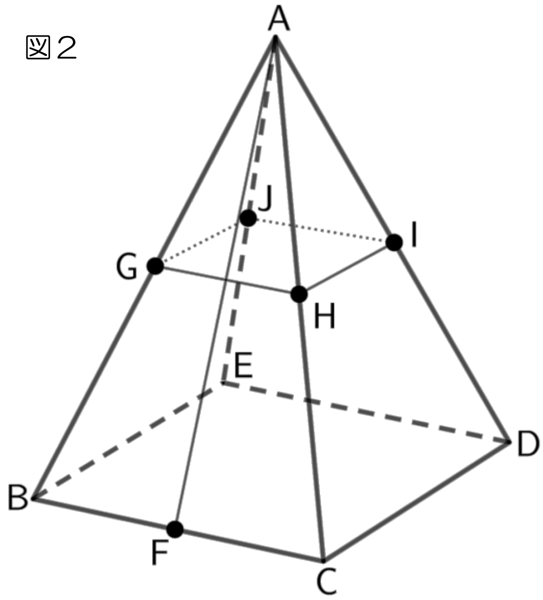
　右の図２に示した立体 A-BCDE は，底面 BCDE が正方形で，AB＝AC＝AD＝AE の正四角すいである。

　辺 BC の中点をＦとし，頂点Ａと点Ｆを結ぶ。

　辺 AB，辺 AC，辺 AD，辺 AE の中点をそれぞれ G，H，I，Ｊとし，点Ｇと点Ｈ，点Ｈと点Ｉ，点Ｉと点Ｊ，点Ｊと点Ｇをそれぞれ結ぶ。

　AF＝acm，GH＋HI＋IJ＋JG＝ℓcm，立体 A-BCDE の側面積をＱcm^{2}とするとき，Ｑ＝aℓ となることを確かめなさい。

図２



〔問２〕[先生が作った問題]で，Ｑ＝aℓ となることを証明せよ。

$\boxed{\text{大問２}}$　ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

[Ｓさんが作った問題]
　２けたの自然数Ｐにおいて，十の位の数をａ，一の位の数をもとする。ａとｂを足した数を９で割ったときの余りをｎとする。
　n＝0 となる２けたの自然数Ｐは，全部で何個あるか考えてみよう。

①　[Ｓさんが作った問題]で，n＝0 となる２けたの自然数Ｐは，全部で何個あるか。

先生は，[Ｓさんが作った問題]をもとにして，次の問題を作った。

[先生が作った問題]
　２けたの自然数Ｐにおいて，十の位の数をａ，一の位の数をｂとする。ａとｂを足した数をＱとする。
　ＰとＱをそれぞれ９で割ったときの余りについて考える。
　例えば，P＝39 のとき，39 を９で割ったときの商は４，余りは３である。このとき Q＝3＋9＝12 となるから，12 を９で割ったときの商は１，余りが３となり，ＰとＱをそれぞれ９で割ったときの余りが等しくなる。
　また，P＝62 のとき，62 を９で割ったときの商は６，余りは８である。このとき Q＝6＋2＝8 となるから，８を９で割ったときの商は０，余りが８となり，ＰとＱをそれぞれ９で割ったときの余りが等しくなる。
　２けたの自然数Ｐを９で割ったときの商をｍ，余りをｎとするとき，Ｑを９で割ったときの余りがｎとなることを確かめなさい。

②　[先生が作った問題]で，Ｐを，ａとｂを用いた式と，ｍとｎを用いた式の２通りの方法で表し，Ｑを９で割ったときの余りがｎとなることを証明せよ。

大問２　ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。 次の各問に答えよ。

[Ｓさんが作った問題]

右の図１のように，９つの正方形の枠内に文字ａ，ｂ，ｃ，ｄ，ｅ，ｆ，ｇ，ｈ，ｉを書いた表がある。

図１において，連続する９つの自然数を小さい方から順に，ａ，ｂ，ｃ，ｄ，ｅ，ｆ，ｇ，ｈ，ｉにそれぞれ代入する。

右の図２は，図１において，１から始まる連続する９つの自然数をそれぞれ代入した場合を表しており，右の図３は，図１において，２から始まる連続する９つの自然数をそれぞれ代入した場合を表している。

図１

ａ	ｂ	ｃ
ｄ	ｅ	ｆ
ｇ	ｈ	ｉ

図２

1	2	3
4	5	6
7	8	9

図３

2	3	4
5	6	7
8	9	10

図１において，連続する９つの自然数を小さい方から順に，ａ，ｂ，ｃ，ｄ，ｅ，ｆ，ｇ，ｈ，ｉにそれぞれ代入するときａ＋ｅ＋ｉ＝30となるｅの値を調べてみよう。

①　[Ｓさんが作った問題]，ａ＋ｅ＋ｉ＝30となるｅの値を求めよ。

先生は，[Ｓさんが作った問題]をもとにして，次の問題を作った。

[先生が作った問題]

図１において，ＰとＱをそれぞれ，P＝ｂ×ｈ＋ｄｘｆ，Q＝ａ×ｉ＋ｃ×ｇとする。

図２で，ＰとＱはそれぞれ，P=2×8+4×6=40，Q=1×9+3×7=30であり，このとき，P−Q=10となる。

また，図３で，ＰとＱはそれぞれ，P=3×9+5×7=62，Q=2×10+4×8=52であり，このときも，P−Q=10となる。

図１において，連続する９つの自然数を小さい方から順に，ａ，ｂ，ｃ，ｄ，ｅ，ｆ，ｇ，ｈ，ｉにそれぞれ代入するとき，連続する９つの自然数がどの数から始まる場合でも，P−Q=10と なることを確かめなさい。

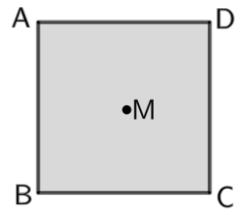
②　[先生が作った問題]で，ａ，ｂ，ｃ，ｄ，ｆ，ｇ，ｈ，ｉをそれぞれｅを用いて表し，P−Q=10となることを証明せよ。

大問２　ある中学校の数学の授業で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

[Ｓさんが作った問題]

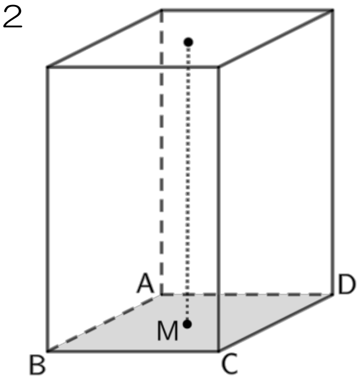
ａ，ｈを正の数とする。右の図１で，四角形 ABCD は１辺の長さがａｃｍの正方形である。

図１



四角形 ABCD の２つの対角線の交点をＭとする。右の図２に示した立体は，図１の四角形 ABCD を，四角形 ABCD と垂直な方向に，一定の距離だけ平行に動かしてできた直方体を表している。

図２



点Ｍが動いてできた線分の長さをｈｃｍ，この立体の体積をＰcm^3とするとき，体積Ｐをａ，ｈを用いた式で表せ。

①　[Ｓさんが作った問題]で，Ｐをａ，ｈを用いた式で表せ。

先生は，[Ｓさんが作った問題]をもとにして，次の問題を作った。

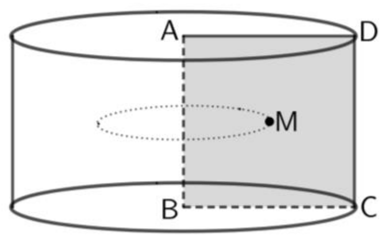
[先生が作った問題]

ａ，ℓを正の数とする。

右の図３に示した立体は，図１の四角形 ABCD を，頂点Ａ，Ｂを通る直線を軸として１回転させてできた円柱を表している。

点Ｍが動いてできた円の周の長さをℓｃｍ，

図３



この立体の体積をＶ　cm^3とするとき，$V=a^2\ell$ となることを確かめなさい。

②　[先生が作った問題]で，Ｖ，ℓをそれぞれａを使って表し，$V=a^2\ell$ となることを証明せよ。ただし，円周率πはとする。

大問２ ある中学校の数学の授業で，次の問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［みんなで考えた問題］

右の図１は，平成21年２月のカレンダーで，曜日と日にちだけを示したものである。

図１において，同じ曜日で連続して縦に並んだ２つの日にちを表す数を □ で囲み，同じ週で連続して横に並んだ２つの日にちを表す数を ⬚ で囲む。

□ で囲んだ２つの数の和をＡ，⬚ で囲んだ２つの数の和をＢとする。

右の図**２**は，図１において，日にちを表す数を □ と ⬚ で囲んだ１つの例で，このときのＡとＢはそれぞれ，

Ａ＝1＋8＝9，

Ｂ＝19＋20＝39 となる。

図１において，Ａ＝Ｂとなる場合は全部で何通りあるか調べてみよう。

図１

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

図２

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

① ［みんなで考えた問題］で，Ａ＝Ｂ となる場合は全部で何通りあるか。

Ｓさんは，［みんなで考えた問題］をもとにして，次の問題を作った。

［Ｓさんが作った問題］

図１において，同じ曜日で連続して縦に並んだ３つの日にちを表す数を □ で囲み，同じ週で連続して横に並んだ３つの日にちを表す数を ⬚ で囲む。

□ で囲んだ３つの数を小さい方から順に a，b，c とし，a，b，c の和をＰ，

⬚ で囲んだ３つの数を小さい方から順に d，e，f とし，d，e，f の和をＱとする。

右の図**３**は，図**１**において，日にちを表す数を □ と ⬚ で囲んだ１つの例で，このときのＰとＱはそれぞれ，

Ｐ＝13＋20＋27＝60，

Ｑ＝9＋10＋11＝30 となる。

図１において，Ｐ＝Ｑ のとき，b＝e となることを確かめてみよう。

図３

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

② ［Ｓさんが作った問題］で，Ｐ＝Ｑ のとき，b＝e となることを証明せよ。

$\boxed{\text{大問２}}$ ある中学校の数学の授業で，Ｓさんがつくった問題を皆で考えた。次の各問に答えよ。

[Ｓさんがつくった問題]
連続する３つの自然数を考え，小さい方から順に２つの自然数の和を求める式を左辺，残りの１つの自然数を右辺とし，両辺が等しくなる場合を１番目の等式とする。
次に，１番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が１つずつ増えるように，連続する５つの自然数を考え，小さい方から順に３つの自然数の和を求める式を左辺，残りの２つの自然数の和を求める式を右辺とし，両辺が等しくなる場合を２番目の等式とする。
さらに，２番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が１つずつ増えるように，連続する７つの自然数を考え，小さい方から順に４つの自然数の和を求める式を左辺，残りの３つの自然数の和を求める式を右辺とし，両辺が等しくなる場合を３番目の等式とする。
このとき，１番目の等式，２番目の等式，３番目の等式は次のようになる。

$1+2=3$ ・・・・・・・・・・・・・・・・ １番目の等式
$4+5+6=7+8$ ・・・・・・・・・・・ ２番目の等式
$9+10+11+12=13+14+15$ ・・・ ３番目の等式

同様に，４番目以降の等式をつくることができる。５番目の等式をつくってみよう。

① [Ｓさんがつくった問題] で，５番目の等式において，連続する自然数のうち，もっとも小さい自然数と，もっとも大きい自然数をそれぞれ求めよ。

先生は，[Ｓさんがつくった問題] をもとにして，次の問題をつくった。

[先生がつくった問題]
連続する３つの自然数を考え，小さい方から順に２つの自然数をそれぞれ２乗した和を求める式を左辺，残りの１つの自然数の２乗を右辺とし，両辺が等しくなる場合を１番目の等式とする。１番目の等式は $3^2+4^2=5^2$ となる。
次に，１番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が１つずつ増えるように，連続する５つの自然数を考え，小さい方から順に３つの自然数をそれぞれ２乗した和を求める式を左辺，残りの２つの自然数をそれぞれ２乗した和を求める式を右辺とし，両辺が等しくなる場合を２番目の等式とする。２番目の等式をつくってみよう。

Ｔさんは，[先生がつくった問題] で，２番目の等式を次の形の式で表し，$\square$ の中に連続する５つの自然数を当てはめた。Ｔさんの答えは正しかった。

〈Ｔさんの答え〉 $\square^2+\square^2+\square^2=\square^2+\square^2$

② 〈Ｔさんの答え〉の $\square$ に当てはまる自然数のうち，もっとも小さい自然数を求めよ。
ただし，もっとも小さい自然数を n とおき，解答欄には答えだけではなく，答えを求める過程がわかるように途中の式や計算なども書け。